揚水井の最適保守モデルの提案

関西大学 ○東 平蔵
関西大学 兼清 泰明

1 序論

良質な地下水を持つ地域においては，都市型水道が広く普及している現在においてもなお揚水井の需要が存在する．しかしながら，高度経済成長期に集中して開発・整備されてきたため，同時多発的に既存の揚水井の老朽化が進んでおり，効率的な管理を行うための定量的な評価が求められている．

先行研究 [1] では，京都府南山城地域で多く存在する揚水井から揚水試験の時系列データを採取し，粒子フィルターを用いて劣化の時間変動の予測モデルを作成した上で，想定された洗浄保守プログラムからライフサイクルコストを算出し，アセットマネジメント [2] の構築が行われている．しかし，揚水井の健全度の時間劣化の実データが示すかなり強い不規則変動は解析モデルに反映されていない点，また最適な洗浄保守間隔の導出に際しては，定期的な洗浄保守の実施という制約の下でのみ行われている点など，改善の余地が多く認められる．

そこで本研究では，揚水井の健全度の時間劣化過程を平均的に記述する方程式のまわりに不規則に変動する雑音を加えることにより不規則劣化を記述する確率モデルを構築し，ライフサイクルコストを確率論的なアプローチから算出する．さらに，確率制御理論を駆使することにより最適な洗浄保守実施方策を理論的に導出する手法について考察する．

2 確率微分方程式による揚水井健全度のモデル化

$X(t)$ を時刻 t での水源揚水井の健全度，すなわち，揚水井の建設時を基準として測った取水能力の相対値とする．$X(t)$ は通常 1 以下の正の値を取り，$X(t)=1$ は建設時と同等の取水能力がある状態に対応し，$X(t)=0$ は完全に取水能力が失われている状態に対応する [3]．

文献 [1] によれば，$X(t)$ の時間変化は稼働初期に速く進行し，次第に劣化速度が低下していくという傾向が認められる．この特性に基づいて，

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\beta_0 X(t) \tag{1}$$

により時間劣化の平均的挙動が記述できるものとする．ここで，β_0 は健全度の減少速度を支配するパラメータで，β_0 が大きくなるほど，減少がより加速される．しかし，実データから推定される揚水井健全度の劣化過程はそのまわりにかなり激しいばらつきを示しており，式 (1) に基づく平均的傾向の予測だけでは不十分であると考えられる．そこで，健全度の不規則な時間劣化挙動を次のような確率微分方程式で記述する．

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\beta_0 X(t) - W(t)X(t) \tag{2}$$

ここで，$W(t)$ は平均ゼロの確率過程で，式 (1) が与える平均的劣化傾向のまわりのばらつきの時間変動を表すものである．さらに，健全度は洗浄などの人為的操作以外で自然に改善することがないと仮定できるものとする．本研究では，以上の仮定から $W(t)$ を次のように設定する．

$$\int_0^t W(s)ds = \int_0^t e^{-dC(s)} - \mathrm{E}\left\{\int_0^t e^{-dC(s)}\right\} \tag{3}$$

ここで，$C(t)$ は複合 Poisson 過程で，

$$C(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k \tag{4}$$

で定義され，$N(t)$ は強度 λ の Poisson 過程，$\{Y_1, Y_2, \cdots\}$ は互いに独立で同一の分布に従う正値確率変数の列を表す．

式 (2) に式 (3) を代入することにより，X(t) の不規則な時間変化を記述する伊藤型確率微分方程式

$$dX(t) = -\beta X(t)dt - X(t-)e^{-dC(t)} \tag{5}$$

を得る．ただし，$\beta = \beta_0 - \frac{d}{dt}\mathrm{E}\{\int_0^t e^{-dC(s)}\}$ である．

図 1，図 2 は，式 (2) で記述される健全度劣化過程のサンプル挙動を描いたものである．図 1 は，式 (5) 中の β_0 が小さく，そのまわりのばらつきが大きい場合のサンプルを表し，図 2 は β_0 が大きく減少が加速されいる場合のサンプルを表す．本提案モデルでは，このように不規則な劣化過程のサンプルを計算機上で容易に発生することが可能となる．

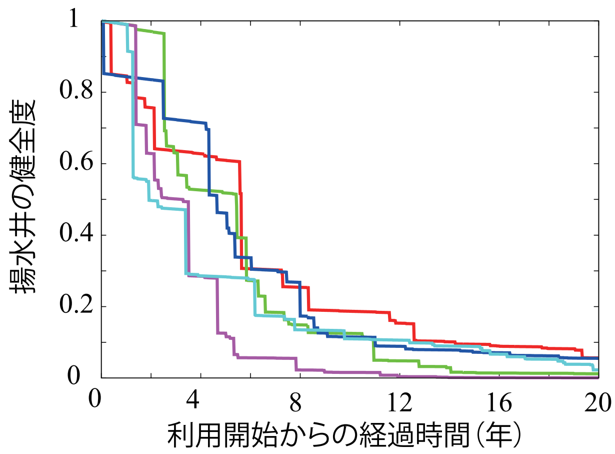

図 1：健全度のサンプル挙動 (ばらつきが大きい場合)

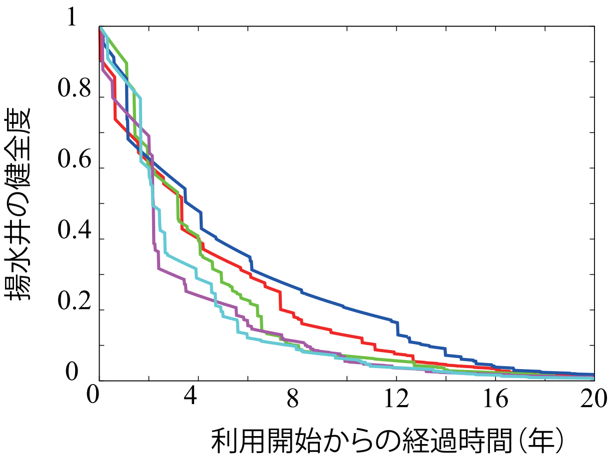

図 2：健全度のサンプル挙動 (減少が加速される場合)

3　保守方策

本研究では次のような基本指針に基づく揚水井の保守管理プログラムを設定する．

- 時刻 s で行った点検の結果，健全度が x という情報を得た時点から保守プログラムが開始され，時刻 $T(>s)$ で終了する．
- 時刻 $t(s<t<T)$ での行った点検の結果より算出された健全度が x であるとき，井戸の洗浄による補修を施し健全度を $x+a(t)$ に増加させる．$a(t)$ を補修量と呼び．本研究ではこれを最適に制御する．

保守期間 $[s,T]$ での $a(t)$ の全挙動を

$$a=\{a(t);s\leq t\leq T\} \tag{6}$$

とし，以下ではこれを制御と呼ぶこととする．さらに，制御 a の下での $X(t)$ を $X^a(t)$，総コストを $K^a(s,x)$ と表記する．$K^a(s,x)$ は次式で与えられる．

$$\begin{aligned}K^a(s,x)=&\int_s^T R(u,X^a(u-),a(u-))dN_R(u)\\&+\int_s^T R_{\mathrm{FAIL}}(u,X^a(u))dN_F(u)\end{aligned} \tag{7}$$

ここで，$R(u,x,a)$ は，時刻 u で点検を行い，健全度が x であることが判明したという条件下で，補修量 a の洗浄補修を施したときに発生する点検･洗浄･補修コストを表し，$N_R(t)$ は時刻 t までに行われた点検の累積回数を表す．あらかじめ固定された点検スケジュールの場合は $N_R(t)$ は確定関数となるが，保守期間が長期に渡って点検実施時刻の固定が難しい場合は $N_R(t)$ を確率過程とすることも可能である．$R_{\mathrm{FAIL}}(u,x)$ は，時刻 u で健全度が低下して許容下限界値を下回り取水量が不足することにより生じる損失コストを表す．$N_F(u)$ は時刻 u までに発生した健全度低下の累積回数を表す計数過程である．したがって，式 (7) の第 1 項は点検の実施に関して発生する点検・補修コストの総額を表し，第 2 項は損失コストの損額を表している．

本研究では，総コスト $K^a(s,x)$ の期待値を取った

$$J^a(s,x)=\mathrm{E}\{K^a(s,x)\} \tag{8}$$

を目的関数として設定する．さらに，目的関数を最小化する制御 a を a^* と記し，これを最適制御とする．すなわち，

$$V(s,x)=J^{a^*}(s,x)=\inf_a J^a(s,x) \tag{9}$$

と定義する．ここで，$V(s,x)$ は時刻 s での点検で健全度が x と判明したという条件下で，最適制御 a^* の下で生じる期待総コストを表す．保守期間がゼロとなるとコストが発生しないため，$V(s,x)$ には次式の終端条件が課される．

$$\lim_{s\to T}V(s,x)=0 \tag{10}$$

4　最適制御の導出指針

本研究では，健全度減少過程の過去の履歴に依らずに，各時刻における健全度の値にのみ依存して制御量 a を定めていく制御方式である Markov 制御に限定して考える．このとき制御過程 $a(t)$ はある確定関数 α を用いて $a=\alpha(t,X^a(t))$ で表現される．Markov 制御下では，関数 α を定めることにより制御 a が決定されるので，最適制御を導出することは最適な関数 α を求めることに帰着される．

以上の定式化で，確率制御理論を適用することにより，最適制御 a^* を決定するための HJB (Hamilton-Jacobi-Bellman) 方程式を導くことができる．この HJB 方程式を解くことにより，最適制御を具体的に導出することが可能となる．

5　結言

今後は，HJB 方程式を通じて最適制御を求め，揚水井の効率的な運用保守計画の決定に応用していく予定である．

参考文献

[1] 中寺　美月 :” 京都府南山城地域における水源揚水井のアセットマネジメントに関する研究”，関西大学　理工学研究科　環境都市工学専攻　修士論文，2017

[2] 小林潔司：アセットマネジメント研究のフロンティア, 土木学会論文集, No.744, pp.11-13, 2003.

[3] 水井寿則：深井戸の洗浄（改修）, 地下水技術, 第 50 巻 4 号, pp.9-28, 2008.